

Hajdú-Bihar megyei középiskolák matematika versenye 2015/2016

12. évfolyam

1. Az ötös lottó sorsolásának hány olyan különböző kimenetele lehetséges, amelyben a nyerőszámok egy mértani sorozat egymás után következő elemei?
2. Egy 50 éves osztálytalálkozó szervezője 2015. októberében nosztalgiából, titkos üzenetként küldte el volt osztálytársainak a találkozó napját. Azt írta, hogy pontosan 2015. október n -edikén találkozzanak, ahol n az alábbi egyenletben szereplő paraméter azzal a kikötéssel, hogy az egyenletnek csak egyetlen $(x; y)$ valós számpár megoldása van.
 $2x^2 + 4xy + 7y^2 - 12x - 2y + n = 0$
Melyik napra tervezte a szervező a találkozót?
3. Válasszuk ki az a és b számokat a $[0; 1]$ intervallumból véletlenszerűen és egymástól függetlenül. Legyen A , B és C rendre az a , b és $a + b$ számoknak egészre kerekített értéke. Mennyi annak a valószínűsége, hogy $A + B = C$?
4. Oldja meg a valós számok halmazán a következő trigonometrikus egyenletet!

$$\frac{|4\sin^2 x - 1|}{|\cos x|} = \frac{4\cos^2 x - 3}{\cos x}$$

5. Írjunk be egy egységkockába egy szabályos oktaédert az ábra szerint. (Az egységkocka csúcsai legyenek: $P_1, P_2, P_3, P_4, P'_1, P'_2, P'_3, P'_4$, ahol a P_2, P_3, P_4 csúcsok P_1 -gyel szomszédosak, illetve $1 \leq i \leq 4$ esetén a P_i és P'_i csúcsok egymással szemköztiek, a szabályos oktaéder $Q_2, Q_3, Q_4, Q'_2, Q'_3, Q'_4$ csúcsai rendre a $P_1P_2, P_1P_3, P_1P_4, P'_1P'_2, P'_1P'_3, P'_1P'_4$ élekre illeszkedjenek.) Mekkora a szabályos oktaéder élének a hossza?

